on a : $\begin{cases} a+b=23 \\ ab=126 \end{cases}$ on a : b = 23 – a

d'où : a (23 – a) = 126

a^2 - 23 a + 126 = 0

$\Delta = (23)^2 - 4\,(126) = 529 - 504 = 25$

d'où a = $\frac{23-5}{2} = 9$ on a : a = $\frac{23+5}{2} = 14$

si a = 9 alors b = 23 – 9 = 14

si a = 14 alors b = 23 – 14 = 5 ce sui si impossible car a < b

conclusion : a = 9 et b = 14

3°/

a) 9u – 14 V = 1

(-3,-2) est une solution de cette équation

on a : 9U – 14V = 9(-3) – 14(-2)

9(U+3) = 14 (V + 2)

or $9 \wedge 14 = 1$ d'après Lemme de Gauss

14 divise (U + 3) et par suite il existe $k \in \mathbb{Z}$

tel que : U + 3 = 14k

U = 14k – 3

d'autre part : 9(U+3) = 14 (V + 2) $\Rightarrow 9 \times 14k = 14(V + 2)$

d'où : V = 9k – 2

S = { 14k – 3 , 9k – 2) où $k \in \mathbb{Z}$ }

b) (S) $\begin{cases} x \equiv 4(9) \\ x \equiv 5(14) \end{cases}$ il existe (U ,V) $\in \mathbb{Z}^2$ tel que :

$x = 9U + 4$ et $x = 14V + 5$

ainsi 9U + 4 = 14V + 5 et par suite 9U – 14V = 1

d'après 3°/ a) on a : U = 14k – 3 et V = 9k – 2 où $k \in \mathbb{Z}$

et par suite $x = 9(14k - 3) + 4 = 126\,k - 23$ $k \in \mathbb{Z}$

$S_{\mathbb{Z}} = \{126k - 23$ où $k \in \mathbb{Z}\}$